

SESIÓN 13

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CON UNA INCOGNITA

I. CONTENIDOS:

1. Ecuaciones y funciones cuadráticas.
2. Representación gráfica de una función cuadrática.
3. Solución de ecuaciones cuadráticas.

II. OBJETIVOS:

Al término de la Sesión, el alumno:

- Graficará diferentes tipos de desigualdades lineales.
- Resolverá problemas con desigualdades.

III. PROBLEMATIZACIÓN:

Comenta las preguntas con tu Asesor y selecciona las ideas más significativas.

- ¿Qué es un crecimiento geométrico?
- ¿Cómo se representa un crecimiento geométrico?

IV. TEXTO INFORMATIVO-FORMATIVO:

1.1. Ecuaciones y funciones cuadráticas

Una función cuadrática o de segundo grado es aquella que tiene una variable elevada al cuadrado

a) $3x^2 - 5x + 2 = 0$

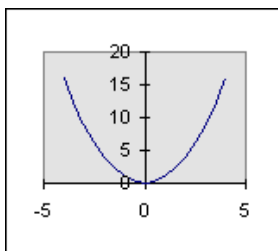
b) $x^2 - x = 10$

c) $x^2 = 100$

d) $(x+2)(x-5) = 0$

1.2. Representación gráfica de una cuadrática

La representación de una función de segundo grado, es una parábola, que corta el eje x en el valor de sus raíces o solución y tiene un punto máximo o mínimo llamado vértice.



1.3. Solución de ecuaciones cuadráticas

Hay tres formas de hallar las raíces (el o los valores de la variable) de las ecuaciones cuadráticas:

1. Factorización Simple
2. Completando el Cuadrado
3. Fórmula Cuadrática

1. Factorización Simple:

La factorización simple consiste en convertir la ecuación cuadrática en un producto de binomios. Luego, se busca el valor de x de cada binomio. Ejemplo: Realizar la factorización simple de la ecuación:

$$x^2 + 2x - 8 = 0 \quad a = 1 \quad b = 2 \quad c = -8$$

$$(x \quad) (x \quad) = 0 \quad [x \cdot x = x^2]$$

$$(x + \quad) (x - \quad) = 0$$

Hay que buscar dos números que multipliquen y den el valor de c y que a la vez sumen y el valor sea igual a b. En este caso, dos números cuyo producto sea -8, y que estos mismos números sumen 2

$$(x + 4) (x - 2) = 0$$

$$4 \cdot -2 \quad 4 + -2 = 2$$

$$\begin{array}{r} 4x \\ -2x \\ \hline 2x \end{array}$$

$$4 \cdot -2 = -8$$

$$x + 4 = 0 \quad x - 2 = 0$$

$$x + 4 = 0 \quad x - 2 = 0$$

$$x = 0 - 4 \quad x = 0 + 2$$

$$x = -4 \quad x = 2$$

Estas son las dos soluciones.

2. Completando el Cuadrado:

En este método, la ecuación tiene que estar en su forma ax^2+bx+c ; y siempre la constante de a tiene que ser igual a 1.

Por ejemplo, para factorizar la ecuación $4x^2 + 12x - 8 = 0$, hay que despejar de la siguiente forma:

$$\frac{4x^2}{4} + \frac{12x}{4} - \frac{8}{4} = \frac{0}{4} \quad \text{Hay que despejar por la constante de a, o sea, 4.}$$

$$x^2 + 3x - 2 = 0 \quad \text{Ahora, } a = 1.$$

Ejemplo:

$$x^2 + 2x - 8 = 0 \quad [\text{Ya está en su forma donde } a = 1.]$$

$$x^2 + 2x = 8 \quad [\text{Pasar a c al lado opuesto.}]$$

$$x^2 + 2x + \underline{\quad} = 8 + \underline{\quad} \quad [\text{Colocar los blancos}]$$

$$x^2 + 2x + 1 = 8 + 1$$

En el blanco, colocar la mitad de b al cuadrado
 $2/2 = 1 \quad 1^2 = 1$

$$x^2 + 2x + 1 = 9$$

() () = 9 Hay que factorizar.
 Nota: Siempre será un cuadrado perfecto.

$$(x + 1)(x + 1) = 9$$

$$(x + 1)^2 = 9$$

$$(x + 1) = \pm \sqrt{9}$$

Para eliminar el exponente, hay que colocar raíz cuadrada.

Ej. $x^2 = 9$

$$x = \pm \sqrt{9}$$

$$x = \pm 3 \quad \text{Ya que } 3^2 = 9 \text{ y } (-3)^2 = 9$$

± 3 significa 3 y -3

$$x + 1 = \pm 3$$

$$x = -1 \pm 3 \quad \text{[Separar las dos soluciones.]}$$

$$x = -1 + 3 \quad x = -1 - 3$$

$$x = 2 \quad x = -4$$

3. Fórmula General de las Cuadráticas:

Este método es muy simple: hay que sustituir los valores de a , b y c de la ecuación cuadrática a la siguiente fórmula:

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ejemplo:

$$X^2 + 2x - 8 = 0 \quad a = 1, b = 2, c = -8$$

$$X = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4(1)(-8)}}{2(1)}$$

Se sustituyen los valores de a, b y c con el 1, 2 y -8

$$X = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4(1)(-8)}}{2}$$

Se van realizando las operaciones, primero las del interior de la raíz

$$X = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4(-8)}}{2}$$

Se simplifica hasta obtener un solo valor dentro de la raíz

$$X = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2}$$

$$X = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{2}$$

Se saca la raíz y se calculan las 2 soluciones

Primero con +

Luego con -

$$x = \frac{-2 \pm 6}{2}$$

$$X = \frac{-2 + 6}{2} \quad x = \frac{-2 - 6}{2}$$

$$x = \frac{4}{2} \quad x = \frac{-8}{2}$$

$$x = 2 \quad x = -4$$

IV. ESTRATEGIAS CENTRADAS EN EL APRENDIZAJE:

A. Resuelve los siguientes ejercicios

a) $5x^2 - 7x - 90 = 0$

b) $x^2 = -15x - 56$

c) $(x + 4)^3 - (x - 3)^3 = 343$

d) $\frac{1}{4}(x - 4) + \frac{2}{5}(-5) = \frac{1}{5}(x^2 - 53)$

B. Resuelve el Problema Reto.

$$\frac{5}{x^2 - 1} - \frac{6}{x + 1} = 3 \frac{5}{8}$$